

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1. СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Система счисления, или просто счисление, или нумерация,— набор конкретных знаков–цифр вместе с системой приемов записи, которая представляет числа этими цифрами.

Цель работы – приобретение навыков выполнения операций в различных системах счисления.

### 1. Основные понятия систем счисления

Система счисления — это совокупность правил и приемов записи чисел с помощью набора цифровых знаков. Количество цифр, необходимых для записи числа в системе, называют основанием системы счисления. Основание системы записывается в справа числа в нижнем индексе:  $5_{10}$ ;  $1110110_2$ ;  $AF178_{16}$ .

Различают два типа систем счисления:

- позиционные, когда значение каждой цифры числа определяется ее позицией в записи числа;
- непозиционные, когда значение цифры в числе не зависит от ее места в записи числа.

Примером непозиционной системы счисления является римская: числа IX, IV, XV и т.д. Примером позиционной системы счисления является десятичная система, используемая повседневно.

Любое целое число в позиционной системе можно записать в форме многочлена:

$$X_S = \{A_n A_{n-1} \dots A_2 A_1\} = A_n \cdot S^{n-1} + A_{n-1} \cdot S^{n-2} + \dots + A_2 \cdot S^1 + A_1 \cdot S^0,$$

где  $S$  — основание системы счисления;

$A_n$  — цифры числа, записанного в данной системе счисления;

$n$  — количество разрядов числа.

Пример. Число  $6293_{10}$  запишется в форме многочлена следующим образом:

$$6293_{10} = 6 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$$

Десятичная система счисления – в настоящее время наиболее известная и используемая. неправильное название удерживается и поныне.

Десятичная система использует десять цифр — 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9, а также символы “+” и “–” для обозначения знака числа и запятую или точку для разделения целой и дробной частей числа.

В вычислительных машинах используется двоичная система счисления, её основание — число 2. Для записи чисел в этой системе используют только две цифры — 0 и 1.

Таблица 1. Соответствие чисел, записанных в различных системах счисления

| Десятичная | Двоичная | Восьмеричная | Шестнадцатеричная |
|------------|----------|--------------|-------------------|
| 1          | 001      | 1            | 1                 |
| 2          | 010      | 2            | 2                 |
| 3          | 011      | 3            | 3                 |
| 4          | 100      | 4            | 4                 |
| 5          | 101      | 5            | 5                 |
| 6          | 110      | 6            | 6                 |
| 7          | 111      | 7            | 7                 |
| 8          | 1000     | 10           | 8                 |
| 9          | 1001     | 11           | 9                 |
| 10         | 1010     | 12           | A                 |
| 11         | 1011     | 13           | B                 |
| 12         | 1100     | 14           | C                 |
| 13         | 1101     | 15           | D                 |
| 14         | 1110     | 16           | E                 |
| 15         | 1111     | 17           | F                 |
| 16         | 10000    | 20           | 10                |

### 2. Правила перевода чисел из одной системы счисления в другую

Перевод чисел из одной системы счисления в другую составляет важную часть машинной арифметики. Рассмотрим основные правила перевода.

1. Для перевода двоичного числа в десятичное необходимо его записать в виде многочлена, состоящего из произведений цифр числа и соответствующей степени числа 2, и вычислить по правилам десятичной арифметики:

$$X_2 = A_n \cdot 2^{n-1} + A_{n-1} \cdot 2^{n-2} + A_{n-2} \cdot 2^{n-3} + \dots + A_2 \cdot 2^1 + A_1 \cdot 2^0$$

При переводе удобно пользоваться таблицей степеней двойки:

Таблица 2. Степени числа 2

|       |   |   |   |   |    |    |    |     |     |     |      |
|-------|---|---|---|---|----|----|----|-----|-----|-----|------|
| $n$   | 0 | 1 | 2 | 3 | 4  | 5  | 6  | 7   | 8   | 9   | 10   |
| $2^n$ | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 | 512 | 1024 |

Пример. Число  $11101000_2$  перевести в десятичную систему счисления.

$$11101000_2 = 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 232_{10}$$

2. Для перевода восьмеричного числа в десятичное необходимо его записать в виде многочлена, состоящего из произведений цифр числа и соответствующей степени числа 8, и вычислить по правилам десятичной арифметики:

$$X_8 = A_n \cdot 8^{n-1} + A_{n-1} \cdot 8^{n-2} + A_{n-2} \cdot 8^{n-3} + \dots + A_2 \cdot 8^1 + A_1 \cdot 8^0$$

При переводе удобно пользоваться таблицей степеней восьмерки:

Таблица 3.4. Степени числа 8

|       |   |   |    |     |      |       |        |
|-------|---|---|----|-----|------|-------|--------|
| $n$   | 0 | 1 | 2  | 3   | 4    | 5     | 6      |
| $8^n$ | 1 | 8 | 64 | 512 | 4096 | 32768 | 262144 |

Пример. Число  $75013_8$  перевести в десятичную систему счисления.

$$75013_8 = 7 \cdot 8^4 + 5 \cdot 8^3 + 0 \cdot 8^2 + 1 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 = 31243_{10}$$

3. Для перевода шестнадцатеричного числа в десятичное необходимо его записать в виде многочлена, состоящего из произведений цифр числа и соответствующей степени числа 16, и вычислить по правилам десятичной арифметики:

$$X_{16} = A_n \cdot 16^{n-1} + A_{n-1} \cdot 16^{n-2} + A_{n-2} \cdot 16^{n-3} + \dots + A_2 \cdot 16^1 + A_1 \cdot 16^0$$

При переводе удобно пользоваться таблицей степеней числа 16:

Таблица 3. Степени числа 16

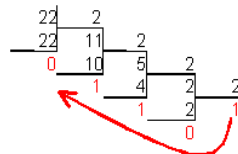
|        |   |    |     |      |       |         |          |
|--------|---|----|-----|------|-------|---------|----------|
| $n$    | 0 | 1  | 2   | 3    | 4     | 5       | 6        |
| $16^n$ | 1 | 16 | 256 | 4096 | 65536 | 1048576 | 16777216 |

Пример. Число  $FDA1_{16}$  перевести в десятичную систему счисления.

$$FDA1_{16} = 15 \cdot 16^3 + 13 \cdot 16^2 + 10 \cdot 16^1 + 1 \cdot 16^0 = 64929_{10}$$

4. Для перевода десятичного числа в двоичную систему его необходимо последовательно делить на 2 до тех пор, пока не останется остаток, меньший или равный 1. Число в двоичной системе записывается как последовательность последнего результата деления и остатков от деления в обратном порядке.

Пример. Число  $22_{10}$  перевести в двоичную систему счисления.



$$22_{10} = 10110_2$$

5. Для перевода десятичного числа в восьмеричную систему его необходимо последовательно делить на 8 до тех пор, пока не останется остаток, меньший или равный 7. Число в восьмеричной системе записывается как последовательность цифр последнего результата деления и остатков от деления в обратном порядке.

Пример. Число  $571_{10}$  перевести в восьмеричную систему счисления.

$$\begin{array}{r}
 \underline{-571} \bigg| \begin{array}{l} 8 \\ 8 \end{array} \\
 \underline{56} \bigg| \begin{array}{l} 8 \\ 8 \end{array} \\
 \underline{-11} \bigg| \begin{array}{l} 8 \\ 8 \end{array} \\
 \underline{8} \bigg| \begin{array}{l} 8 \\ 8 \end{array} \\
 3
 \end{array}$$

$$571_{10} = 1073_8$$

6. Для перевода десятичного числа в шестнадцатеричную систему его необходимо последовательно делить на 16 до тех пор, пока не останется остаток, меньший или равный 15. Число в шестнадцатеричной системе записывается как последовательность цифр последнего результата деления и остатков от деления в обратном порядке.

Пример. Число  $7467_{10}$  перевести в шестнадцатеричную систему счисления.

$$\begin{array}{r}
 \underline{7467} \bigg| \begin{array}{l} 16 \\ 16 \end{array} \\
 \underline{7456} \bigg| \begin{array}{l} 16 \\ 16 \end{array} \\
 11 \bigg| \begin{array}{l} 16 \\ 16 \end{array} \\
 2 \bigg| \begin{array}{l} 16 \\ 16 \end{array} \\
 13
 \end{array}$$

$$7467_{10} = 1D2B_{16}$$

7. Чтобы перевести число из двоичной системы в восьмеричную, его нужно разбить на триады (тройки цифр), начиная с младшего разряда, в случае необходимости дополнив старшую триаду нулями, и каждую триаду заменить соответствующей восьмеричной цифрой (табл. 3).

Пример. Число  $100101_2$  перевести в восьмеричную систему счисления.

$$001 \ 001 \ 011_2 = 113_8$$

8. Чтобы перевести число из двоичной системы в шестнадцатеричную, его нужно разбить на тетрады (четверки цифр), начиная с младшего разряда, в случае необходимости дополнив старшую тетраду нулями, и каждую тетраду заменить соответствующей шестнадцатеричной цифрой (табл. 3).

Пример. Число  $101110001_2$  перевести в шестнадцатеричную систему счисления.

$$0010 \ 1110 \ 0011_2 = 2E3_{16}$$

9. Для перевода восьмеричного числа в двоичное необходимо каждую цифру заменить эквивалентной ей двоичной триадой.

Пример. Число  $531_8$  перевести в двоичную систему счисления.

$$531_8 = 101011001_2$$

10. Для перевода шестнадцатеричного числа в двоичное необходимо каждую цифру заменить эквивалентной ей двоичной тетрадой.

Пример. Число  $EE_{16}$  перевести в двоичную систему счисления.

$$EE_{16} = 111011101000_2$$

11. При переходе из восьмеричной системы счисления в шестнадцатеричную и обратно, необходим промежуточный перевод чисел в двоичную систему.

Пример 1. Число  $FEA_{16}$  перевести в восьмеричную систему счисления.

$$FEA_{16} = 111111101010_2$$

$$111 \ 111 \ 101 \ 010_2 = 7752_8$$

Пример 2. Число  $6653_8$  перевести в шестнадцатеричную систему счисления.

$$6653_8 = 110110101011_2$$

$$1101 \ 1010 \ 1011_2 = DAB_{16}$$

### 3. Арифметические действия над целыми числами в 2-ой системе счисления :

1. Операция сложения выполняется с использованием таблицы двоичного сложения в одном разряде:

$$\begin{array}{r}
 + \ 0 \ 1 \\
 0 \ 0 \ 1 \\
 1 \ 1 \ 10_2
 \end{array}$$

Пример.

$$\begin{array}{lll}
 \text{а) } +1001_2 & \text{б) } +1101_2 & \text{в) } +11111_2 \\
 1010_2 & 1011_2 & 1_2
 \end{array}$$

$$10011_2 \quad 11000_2 \quad 100000_2$$

2. Операция вычитания выполняется с использованием таблицы вычитания, в которой 1 обозначается заем в старшем разряде.

**Пример.**

$$\begin{array}{r} \text{а) } -101110011_2 \\ 100011011_2 \\ 001011000_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{б) } -110101101_2 \\ 101011111_2 \\ 001001110_2 \end{array}$$

3. Операция умножения выполняется по обычной схеме, применяемой в десятичной с/с с последовательным умножением множимого на очередную цифру множителя.

**Пример.**

$$\begin{array}{r} \text{а) } \times 11001_2 \\ 1101_2 \\ 11001 \\ 11001 \\ 11001 \\ 101000101_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{б) } \times 101_2 \\ 11_2 \\ 101 \\ 101 \\ 1111_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 0 1 \\ 0 0 0 \\ 1 0 1 \end{array}$$

4. Операция деления выполняется по алгоритму, подобному алгоритму выполнения операции деления в 10-ой с/с.

**Пример.**

$$\begin{array}{r} 101000101_2 \\ 1101 \\ 1110 \\ 1101 \\ 001101 \\ 1101 \\ 0 \end{array} \left| \begin{array}{r} 1101_2 \\ 11001_2 \end{array} \right. \quad \begin{array}{r} 100011000_2 \\ 1111 \\ 10100 \\ 1111 \\ 1010_2 \text{ -остаток} \end{array} \left| \begin{array}{r} 1111_2 \\ 10010_2 \end{array} \right.$$

### 3.1. Сложение и вычитание в восьмеричной системе счисления.

При выполнении сложения и вычитания в 8-ой с/с необходимо соблюдать следующие правила:

1) в записи результатов сложения и вычитания могут быть использованы только цифры восьмеричного алфавита;

2) десяток восьмеричной системы счисления равен 8, т.е. переполнение разряда наступает, когда результат сложения больше или равен 8.

В этом случае для записи результата надо вычесть 8, записать остаток, а к старшему разряду прибавить единицу переполнения;

3) если при вычитании приходится занимать единицу в старшем разряде, эта единица переносится в младший разряд в виде восьми единиц.

Пример

$$\begin{array}{r} + 770_8 \\ 236_8 \\ 1226_8 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 750_8 \\ 236_8 \\ 512_8 \end{array}$$

### 3.2. Сложение и вычитание в шестнадцатеричной системе счисления.

При выполнении этих действий в 16-ой с/с необходимо соблюдать следующие правила:

1) при записи результатов сложения и вычитания надо использовать цифры шестнадцатеричного алфавита: цифры, обозначающие числа от 10 до 15 записываются латинскими буквами, поэтому, если результат является числом из этого промежутка, его надо записывать соответствующей латинской буквой;

2)десяток шестнадцатеричной системы счисления равен 16, т.е. переполнение разряда поступает, если результат сложения больше или равен 16, и в этом случае для записи результата надо вычесть 16, записать остаток, а к старшему разряду прибавить единицу переполнения;

3)если приходится занимать единицу в старшем разряде, эта единица переносится в младший разряд в виде шестнадцати единиц.

Примеры.

$$\begin{array}{r} + B09_{16} \\ TFA_{16} \\ 1A03_{16} \end{array} \quad \begin{array}{r} + B09_{16} \\ 7FA_{16} \\ 30F_{16} \end{array}$$

**Задание**

### 1. Выполнить перевод чисел

а) из 10–ой с/с в 2–ую систему счисления: 165; 541; 600; 720; 43,15; 234,99.

б) из 2–ой в 10–ую систему счисления:  $110101_2$ ;  $11011101_2$ ;  $110001011_2$ ;  $1001001,111_2$

в) из 2–ой с/с в 8–ую, 16–ую с/с:

$100101110_2$ ;  $100000111_2$ ;  $111001011_2$ ;  $1011001011_2$ ;  $110011001011_2$ ;  $10101,10101_2$ ;  $111,011_2$

г) из 10–ой с/с в 8–ую, 16–ую с/с: 69; 73; 113; 203; 351; 641; 478,99; 555,555

д) из 8–ой с/с в 10–ую с/с:  $35_8$ ;  $65_8$ ;  $215_8$ ;  $327_8$ ;  $532_8$ ;  $751_8$ ;  $45,454_8$

е) из 16–ой с/с в 10–ую с/с:  $D8_{16}$ ;  $1AE_{16}$ ;  $E57_{16}$ ;  $8E5_{16}$ ;  $FAD_{16}$ ;  $AFF,6A7_{16}$

**2. Выпишите целые десятичные числа, принадлежащие следующим числовым промежуткам:**

$[10101_2; 110000_2]$ ;  $[14_8; 20_8]$ ;  $[18_{16}; 30_{16}]$

### 3. Выполнить операции:

а) сложение в двоичной системе счисления

$$\begin{array}{r} + 10010011_2 \\ 1011011_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 1011101_2 \\ 11101101_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 10110011_2 \\ 1010101_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 10111001,1_2 \\ 10001101,1_2 \end{array}$$

б) вычитание в 2–ой системе счисления

$$\begin{array}{r} - 100001000_2 \\ 10110011_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 110101110_2 \\ 10111111_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 11101110_2 \\ 1011011_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 10111001,1_2 \\ 10001101,1_2 \end{array}$$

в) умножение в 2–ой системе счисления

$$\begin{array}{r} \times 100001_2 \\ 111111_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 100101_2 \\ 111011_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 111101_2 \\ 111101_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 11001,01_2 \\ 11,01_2 \end{array}$$

г) деление в 2–ой системе счисления

- 1)  $111010001001_2 / 111101_2$
- 2)  $100011011100_2 / 110110_2$
- 3)  $10000001111_2 / 11111_2$

д) сложение 8–ых чисел

$$\begin{array}{r} + 715_8 \\ 73_8 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 524_8 \\ 57_8 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 712_8 \\ 763_8 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 321_8 \\ 765_8 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 5731_8 \\ 1376_8 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 6351_8 \\ 737_8 \end{array}$$

е) вычитание 8–ых чисел

$$\begin{array}{r} - 137_8 \\ 72_8 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 436_8 \\ 137_8 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 705_8 \\ 76_8 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 538_8 \\ 57_8 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 7213_8 \\ 537_8 \end{array}$$

ж) сложение 16-ых чисел

$$\begin{array}{r}
 + A13_{16} \quad + F0B_{16} \quad + 2EA_{16} \quad + ABC_{16} \quad + A2B_{16} \\
 16F_{16} \quad 1DA_{16} \quad FCE_{16} \quad C7C_{16} \quad 7F2_{16}
 \end{array}$$

з) вычитание 16-ых чисел

$$\begin{array}{r}
 - \dot{A}17_{16} \quad - DFA_{16} \quad - FO5_{16} \quad - DE5_{16} \quad - D3C1_{16} \\
 1FC_{16} \quad 1AE_{16} \quad AD_{16} \quad AF_{16} \quad D1F_{16}
 \end{array}$$

**4. Вычислите выражение:**

$$(1111101_2 + AF_{16}) / 36_8; \quad 125_8 + 11101_2 \times A2_{16} / 1417_8$$