

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1. СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Система счисления, или просто счисление, или нумерация,— набор конкретных знаков–цифр вместе с системой приемов записи, которая представляет числа этими цифрами.

Цель работы – приобретение навыков выполнения операций в различных системах счисления.

1. Основные понятия систем счисления

Система счисления — это совокупность правил и приемов записи чисел с помощью набора цифровых знаков. Количество цифр, необходимых для записи числа в системе, называют основанием системы счисления. Основание системы записывается в справа числа в нижнем индексе: 5_{10} ; 1110110_2 ; $AF178_{16}$.

Различают два типа систем счисления:

- позиционные, когда значение каждой цифры числа определяется ее позицией в записи числа;
- непозиционные, когда значение цифры в числе не зависит от ее места в записи числа.

Примером непозиционной системы счисления является римская: числа IX, IV, XV и т.д. Примером позиционной системы счисления является десятичная система, используемая повседневно.

Любое целое число в позиционной системе можно записать в форме многочлена:

$$X_S = \{A_n A_{n-1} \dots A_2 A_1\} = A_n \cdot S^{n-1} + A_{n-1} \cdot S^{n-2} + \dots + A_2 \cdot S^1 + A_1 \cdot S^0,$$

где S — основание системы счисления;

A_n — цифры числа, записанного в данной системе счисления;

n — количество разрядов числа.

Пример. Число 6293_{10} запишется в форме многочлена следующим образом:

$$6293_{10} = 6 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$$

Десятичная система счисления – в настоящее время наиболее известная и используемая. неправильное название удерживается и поныне.

Десятичная система использует десять цифр — 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9, а также символы “+” и “–” для обозначения знака числа и запятую или точку для разделения целой и дробной частей числа.

В вычислительных машинах используется двоичная система счисления, её основание — число 2. Для записи чисел в этой системе используют только две цифры — 0 и 1.

Таблица 1. Соответствие чисел, записанных в различных системах счисления

Десятичная	Двоичная	Восьмеричная	Шестнадцатеричная
1	001	1	1
2	010	2	2
3	011	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10

2. Правила перевода чисел из одной системы счисления в другую

Перевод чисел из одной системы счисления в другую составляет важную часть машинной арифметики. Рассмотрим основные правила перевода.

$$10011_2 \quad 11000_2 \quad 100000_2$$

2. Операция вычитания выполняется с использованием таблицы вычитания, в которой 1 обозначается заем в старшем разряде.

Пример.

$$\begin{array}{r} \text{а) } -101110011_2 \\ 100011011_2 \\ 001011000_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{б) } -110101101_2 \\ 101011111_2 \\ 001001110_2 \end{array}$$

3. Операция умножения выполняется по обычной схеме, применяемой в десятичной с/с с последовательным умножением множимого на очередную цифру множителя.

Пример.

$$\begin{array}{r} \text{а) } \times 11001_2 \\ 1101_2 \\ 11001 \\ 11001 \\ 11001 \\ 101000101_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{б) } \times 101_2 \\ 11_2 \\ 101 \\ 101 \\ 1111_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 0 1 \\ 0 0 0 \\ 1 0 1 \end{array}$$

4. Операция деления выполняется по алгоритму, подобному алгоритму выполнения операции деления в 10-ой с/с.

Пример.

$$\begin{array}{r} 101000101_2 \\ 1101 \\ 1110 \\ 1101 \\ 001101 \\ 1101 \\ 0 \end{array} \left| \begin{array}{r} 1101_2 \\ 11001_2 \end{array} \right. \quad \begin{array}{r} 100011000_2 \\ 1111 \\ 10100 \\ 1111 \\ 1010_2 \text{ -остаток} \end{array} \left| \begin{array}{r} 1111_2 \\ 10010_2 \end{array} \right.$$

3.1. Сложение и вычитание в восьмеричной системе счисления.

При выполнении сложения и вычитания в 8-ой с/с необходимо соблюдать следующие правила:

1) в записи результатов сложения и вычитания могут быть использованы только цифры восьмеричного алфавита;

2) десяток восьмеричной системы счисления равен 8, т.е. переполнение разряда наступает, когда результат сложения больше или равен 8.

В этом случае для записи результата надо вычесть 8, записать остаток, а к старшему разряду прибавить единицу переполнения;

3) если при вычитании приходится занимать единицу в старшем разряде, эта единица переносится в младший разряд в виде восьми единиц.

Пример

$$\begin{array}{r} + 770_8 \\ 236_8 \\ 1226_8 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 750_8 \\ 236_8 \\ 512_8 \end{array}$$

3.2. Сложение и вычитание в шестнадцатеричной системе счисления.

При выполнении этих действий в 16-ой с/с необходимо соблюдать следующие правила:

1) при записи результатов сложения и вычитания надо использовать цифры шестнадцатеричного алфавита: цифры, обозначающие числа от 10 до 15 записываются латинскими буквами, поэтому, если результат является числом из этого промежутка, его надо записывать соответствующей латинской буквой;

2)десяток шестнадцатеричной системы счисления равен 16, т.е. переполнение разряда поступает, если результат сложения больше или равен 16, и в этом случае для записи результата надо вычесть 16, записать остаток, а к старшему разряду прибавить единицу переполнения;

3)если приходится занимать единицу в старшем разряде, эта единица переносится в младший разряд в виде шестнадцати единиц.

Примеры.

$$\begin{array}{r} + B09_{16} \\ TFA_{16} \\ 1A03_{16} \end{array} \quad \begin{array}{r} + B09_{16} \\ 7FA_{16} \\ 30F_{16} \end{array}$$

Задание

1. Выполнить перевод чисел

а) из 10–ой с/с в 2–ую систему счисления: 165; 541; 600; 720; 43,15; 234,99.

б) из 2–ой в 10–ую систему счисления: 110101_2 ; 11011101_2 ; 110001011_2 ; $1001001,111_2$

в) из 2–ой с/с в 8–ую, 16–ую с/с:

100101110_2 ; 100000111_2 ; 111001011_2 ; 1011001011_2 ; 110011001011_2 ; $10101,10101_2$; $111,011_2$

г) из 10–ой с/с в 8–ую, 16–ую с/с: 69; 73; 113; 203; 351; 641; 478,99; 555,555

д) из 8–ой с/с в 10–ую с/с: 35_8 ; 65_8 ; 215_8 ; 327_8 ; 532_8 ; 751_8 ; $45,454_8$

е) из 16–ой с/с в 10–ую с/с: $D8_{16}$; $1AE_{16}$; $E57_{16}$; $8E5_{16}$; FAD_{16} ; $AFF,6A7_{16}$

2. Выпишите целые десятичные числа, принадлежащие следующим числовым промежуткам:

$[10101_2; 110000_2]$; $[14_8; 20_8]$; $[18_{16}; 30_{16}]$

3. Выполнить операции:

а) сложение в двоичной системе счисления

$$\begin{array}{r} + 10010011_2 \\ 1011011_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 1011101_2 \\ 11101101_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 10110011_2 \\ 1010101_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 10111001,1_2 \\ 10001101,1_2 \end{array}$$

б) вычитание в 2–ой системе счисления

$$\begin{array}{r} - 100001000_2 \\ 10110011_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 110101110_2 \\ 10111111_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 11101110_2 \\ 1011011_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 10111001,1_2 \\ 10001101,1_2 \end{array}$$

в) умножение в 2–ой системе счисления

$$\begin{array}{r} \times 100001_2 \\ 111111_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 100101_2 \\ 111011_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 111101_2 \\ 111101_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 11001,01_2 \\ 11,01_2 \end{array}$$

г) деление в 2–ой системе счисления

- 1) $111010001001_2 / 111101_2$
- 2) $100011011100_2 / 110110_2$
- 3) $10000001111_2 / 11111_2$

д) сложение 8–ых чисел

$$\begin{array}{r} + 715_8 \\ 73_8 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 524_8 \\ 57_8 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 712_8 \\ 763_8 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 321_8 \\ 765_8 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 5731_8 \\ 1376_8 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 6351_8 \\ 737_8 \end{array}$$

е) вычитание 8–ых чисел

$$\begin{array}{r} - 137_8 \\ 72_8 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 436_8 \\ 137_8 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 705_8 \\ 76_8 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 538_8 \\ 57_8 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 7213_8 \\ 537_8 \end{array}$$

ж) сложение 16-ых чисел

$$\begin{array}{r}
 + A13_{16} \quad + F0B_{16} \quad + 2EA_{16} \quad + ABC_{16} \quad + A2B_{16} \\
 16F_{16} \quad 1DA_{16} \quad FCE_{16} \quad C7C_{16} \quad 7F2_{16}
 \end{array}$$

з) вычитание 16-ых чисел

$$\begin{array}{r}
 - \dot{A}17_{16} \quad - DFA_{16} \quad - FO5_{16} \quad - DE5_{16} \quad - D3C1_{16} \\
 1FC_{16} \quad 1AE_{16} \quad AD_{16} \quad AF_{16} \quad D1F_{16}
 \end{array}$$

4. Вычислите выражение:

$$(1111101_2 + AF_{16}) / 36_8; \quad 125_8 + 11101_2 \times A2_{16} / 1417_8$$