

Тема лекции:

ЛОГИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
ОСНОВАНИЯ
КОМПЬЮТЕРНОЙ ЛИНГВИСТИКИ

Ваши умные вопросы

Ссылка на электронную форму

<https://goo.gl/forms/PjsWKKj2AeeGZQQZ2>

на странице с зачетной таблицей

Татевосов Сергей Георгиевич

- доктор фил. наук,
профессор кафедры
теоретической и
прикладной
лингвистики
МГУ имени
М.В. Ломоносова



Татевосов Сергей Георгиевич

- В действительности существует три разных лингвистики, которые устроены как три различные науки, с собственной терминологией и даже с собственной теорией:

Татевосов Сергей Георгиевич

- Более того, возникновение **компьютерной лингвистики** разделило лингвистов на тех, кто остался в русле традиционных лингвистик и тех, кто ушел в новую науку.

Татевосов Сергей Георгиевич

Чем занимается
современная лингвистика?

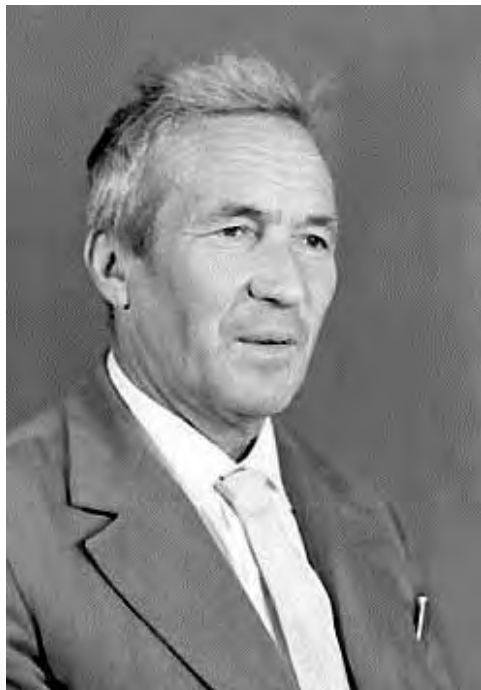
Современная лингвистика
сама хотела бы знать,
чем она занимается...



Математическая лингвистика

- Является частью математики (не лингвистики)
- Возникла из потребностей развития (преодоления кризисов) математики
- Призвана решать языковые проблемы математической науки

Математический метод



Математический метод всегда следует двум принципам:

- Обобщение. Математические объекты образуются путем обобщения реальных объектов.
- Строгость рассуждений....

Колмогоров А.Н.

Строгость рассуждений

- В математике выводы не проверяются экспериментальным путем, но доказываются подчиняющимися определенным правилам **рассуждениями** (доказательствами), которые служат **единственным способом обоснования** **верности того или иного утверждения.**

Колмогоров А.Н.

Парадоксальность языка

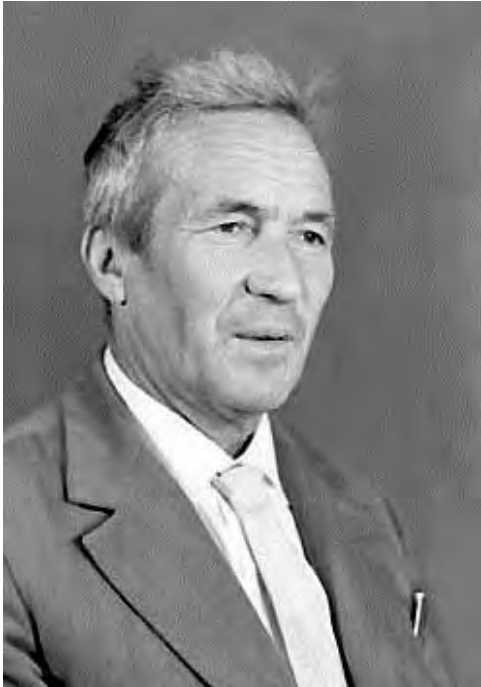
Эпименид Кносский (VII в. до Р.Х.):

- Один критянин сказал, что все критяне всегда лгут. Что он сказал — истину или ложь?

Парадокс лжеца:

- Я сейчас лгу...

Колмогоров Андрей Николаевич



- Период элементарной математики
VI век до Р.Х. - XVII век
- Период высшей математики XVII-XVIII века
- Период современной математики XIX—XX века

И. Ньютон и Г.В. Лейбниц



1643-1727



1646-1716

Анализ бесконечно малых

- раздел математики, изучающий пределы, производные, интегралы и бесконечные ряды.

Состоит из дифференциального исчисления и интегрального исчисления, связанных между собой формулой **Ньютона — Лейбница**.

Формула Ньютона-Лейбница

Если $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и $\Phi(x)$ — её любая первообразная на этом отрезке, то имеет место равенство

$$\int_a^b f(x) dx = \Phi(b) - \Phi(a) = \Phi(x) \Big|_a^b$$

Георг Кантор



- 1845-1918
- немецкий математик,
- создатель **теории множеств**
- автор «**бесконечности бесконечностей**»
- изобретатель **трансфинитных чисел.....**

Отвержение...

Георг Кантор - «научный шарлатан», «отступник» и «развратитель молодёжи»

Людвиг Витгенштейн:

- сегодня математика истоптана вдоль и поперёк разрушительными идиомами теории множеств, которая есть только шутовство, смехотворное и ошибочное...

Краеугольный камень

Теория множеств

Георга Кантора (**наивная теория множеств**)

– стала краеугольным камнем всей современной математики.

Камень, егоже небрегоша зиждуции, сей бысть во главу угла. (Пс. 117:22)

Теория множеств

- определяется формальной логикой,
- привнесла в математику новое понимание понятия бесконечности (конечная, счётная, несчётная).

Мощность множества (лат. *cardo* — стержень, сердцевина) — характеристика множеств, обобщающая понятие количества (числа) элементов.

Парадокс Бертранда Рассела

Теоретико-множественный парадокс (1901) и демонстрирующий противоречивость логической системы формализации наивной теории множеств **Георга Кантора** в логической системе **Готлоба Фреге**

Пусть **K** — множество всех множеств, которые не содержат себя в качестве своего элемента. Содержит ли **K** само себя в качестве элемента?

Кризис оснований математики

Теория множеств своими парадоксами вызвала **Кризис оснований математики** и появление логических школ (классических, неклассических, постнеклассических).

Кризис так и **не пройден**, но он **затух**.

ZFC

Большинство математиков или не работают с уровнями аксиоматических систем, или принимают корректность системы ZFC:

- систему аксиом Эрнста Цермело и Авраама Френкеля (ZF) с прибавлением аксиомы выбора (*axiom of choice*).

Аксиоматика ZFC записана на языке логики первого порядка..

Современная математика

Период современной математики открыт необходимостью:

- «отнестись к процессу расширения предмета математических исследований сознательно»
- Задуматься о логических основаниях математики
- Задуматься о ее языковых основаниях

Парадоксальность языка

Парадокс лжеца: Я сейчас лгу...

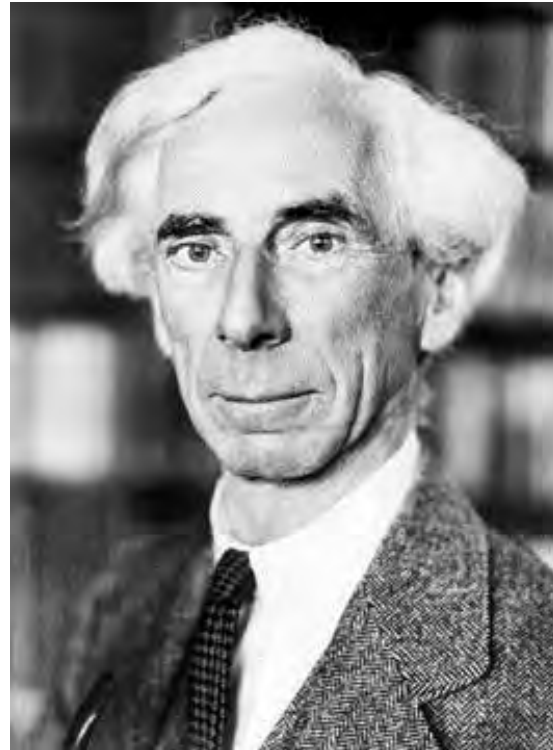
Современная математика обратила внимание на свой язык (математики) - его роль, истинность, проблемы, возможности...

**КАКИЕ ВОПРОСЫ И ОТВЕТЫ ИМЕЮТ
СМЫСЛ НА ДАННОМ ЯЗЫКЕ?**

Бертран Рассел

Философская позиция
сложилась под влиянием
Людвига Витгенштейна:

- «картина мира»
есть совокупность
логических
высказываний.



Лингвистический поворот

Людвиг Витгенштейн:

Если слово «реальность»
не является самой
реальностью, то о чем мы
говорим, когда говорим
«реальность»?

Границы моего мира есть
границы моего языка.



Тотальная текстуальность

Мир, понятый как текст, отныне представляет собой универсальный контекст нашей речи.

Текст, понятый как мир, - универсальный контекст нашей жизни.

Лотман Ю.М.:

- Культура в целом может рассматриваться как сложно устроенный... текст.

Лотман Юрий Михайлович

Многослойный и семиотически неоднородный текст, способный вступать в сложные отношения как с окружающим культурным контекстом... **обнаруживает свойства интеллектуального устройства**: он не только передает вложенную в него извне информацию, но и трансформирует сообщения и вырабатывает новые.

Математика – языковая наука

- В современной математике первостепенное внимание вопросам:
- "обоснования" математики,
- ее исходных понятий и аксиом,
- системы определений и доказательств,
- алгоритмической (не-) разрешимости.

Математика как логика

Бертран Рассел и Альфред Норт Уайтхед в «Началах математики» (1910—1913) доказали:

- соответствие принципов математики принципам логики
- возможность определения основных понятий математики в терминах логики.

Логика изучает формы мышления неразрывно связанного с языком...

Логика

- наука о правильных формах рассуждений.

Основы логики развил Аристотель в IV веке до Р.Х.

Идеи построения математической логики высказаны Г. В. Лейбницем в начале XVIII века

Джона Буль в 40-х годах XIX в. превратил логику в математическую, создав алгебру, в которой высказывания обозначались буквами..

Логика высказываний

- раздел математической логики, изучающий построение сложных высказываний из простых, без рассмотрения внутренней структуры последних.

Является простейшей логикой

Располагает минимумом средств исследования.

Имеет широчайшую сферу применения.

Логика высказываний

- Propositional logic (propositio – высказывание)
- Sentential logic (лат. sententia - суждение)
- Пропозициональная логика
- Сентенциальная логика

Исчисление высказываний

- Propositional calculus,
- Sentential calculus,
- Пропозициональное исчисление
- Исчисление высказываний,
- Сентенциальное исчисление

Идеи и вычисления

Цель математики в том, чтобы заменить идеи вычислениями.

Цель математики состоит в том, чтобы заменить вычисления идеями.



Математическая логика как язык

Создание математической (символической) логики как универсального научного языка рассматривал

- **Готфрид Вильгельм Лейбниц**
- в 1666 году
- в работе «Искусство комбинаторики» (*De arte combinatoria*).

Николя Бурбаки



Henri Cartan



André Weil



René de Possel



Charles Ehresmann



Laurent Schwartz



Jean Dieudonné



Claude Chevalley



Pierre Samuel



Jean-Pierre Serre



Adrien Douady

Современная математика

Цель : написание серии книг, отражающих современное состояние математики

- Расцвет 1950—1960-е года.
- Последний выпуск - глава 10 «Коммутативной алгебры», 1998.
- До учебников дело не дошло...

Юрий Манин

Бурбаки – это было не обоснование математики, это была **выработка единого языка математики**, на котором могли разговаривать вероятностник, тополог, специалист по теории графов, логик.



Числа и цифры

- **Цифры** — знаки для записи чисел.

Числа строятся из цифр как слова из букв алфавита

Примеры цифр:

- **0 1** (двоичные цифры),
- **0 1 2 3 4 5 6 7 8 9** (арабские цифры),
- **I V X L C D M** (римские цифры).

.

Дело привычки...

- **Число** – результат высочайшего уровня обобщения (абстрагирования)!
- **Имя числительное** — самостоятельная исторически поздняя часть речи, обозначающая число, количество и порядок.
- Число осмысливалось как определённое количество конкретных предметов.

Штейнберг Лев Яковлевич...



- Материалы по изучению гилацкого языка и фольклора. Т. 1. Образцы народной словесности. Ч. 1. Эпос. СПб.: Тип. Императорской Академии Наук, 1908.

Штейнберг Лев Яковлевич...



- Самой замечательной особенностью этого таинственного племени, привлекающей к нему интерес одинаково как этнографа, так и лингвиста, - это его язык

Числительные нивхов

- Изучено 30 разрядов числительных для выражения конкретных количеств,
- Все они ориентированы на счет единичных предметов или группы предметов по внешнему сходству.
- Нет разряда для счета понятий с абстрактным значением.

Числительные нивхов

Числительные для счета предметов разной формы:

- мелкие круглые предметы
- длинные предметы
- плоские предметы
- парные предметы

Числительные нивхов

Числительные для счета живых существ

- люди,
- лесные люди-духи, морские люди-духи
- семьи
- поколения
- животные, рыбы, птицы, змеи, насекомые,
- злые духи

Числительные нивхов...

- Числительные для счета рыболовных снастей, предметов для охоты на тюленей:
- Числительные для счета рыбных запасов и шестов для нанизывания юколы
- Числительные для счета средств передвижения:
- Числительные для счета разных материалов:
- Числительные для измерения.....

Реформатский А. А.

1900-1978

росс. лингвист, доктор
филологических наук,
профессор...

Число и грамматика

Вопросы грамматики: Сб. ст.
к 75-летию ак. И.И. Мещанинова.
- М.- Л., 1960



Число и грамматика

- Число и умение мыслить числами - одно из великих достижений человечества.
- Эволюция числа в мышлении человека - тема одинаково заманчивая как для математиков, так и для филологов.

Реформатский Александр Александрович

Число и грамматика

- Лингвисту надо понять число как факт языковой онтологии, как член языковой структуры и системы.
- Такое великое достижение человечества, как понимание числа, преломляется в языке весьма своеобразно и подчиняет мыслительные данные языковому строю

Реформатский Александр Александрович

Язык и письменность

- Пониманию числа и расширению его понятия способствовала **письменность**.
- **Система счисления** - способ записи чисел с помощью специальных знаков (цифр).
- $q=2$ двоичная СС;
- $q=10$ десятичная СС....

Арифметика

Арифметика - раздел математики, изучающий числа, их отношения и свойства.

Предмет арифметики - понятие числа в развитии представлений о нём (натуральные, целые и рациональные, действительные, комплексные числа...).

Алгебра

Алгебра — раздел математики, обобщение и расширение арифметики. .

Алгебра изучает **алгебраические системы** - упорядоченные пары множеств $A(R, E)$.

- R - элементы какой-либо природы (числа, понятия, буквы).
- E - операции над первым множеством

Алгебры

Алгебраическая система — множество с заданным на нём набором операций и отношений

числа

моноиды

группы

кольца

модули

решётки

пространства

алгебры Ли

ассоциативные

поля

булевы алгебры

.....

Булева алгебра

- непустое множество с двумя бинарными операциями И (аналог конъюнкции), ИЛИ (аналог дизъюнкции), унарной операцией НЕТ (аналог отрицания) и двумя выделенными элементами: **0 (Ложь)** и **1 (Истина)** такими, что для всех a , b и c из множества A верны аксиомы: ассоциативности, коммутативности, поглощения, дистрибутивности и дополнительности...

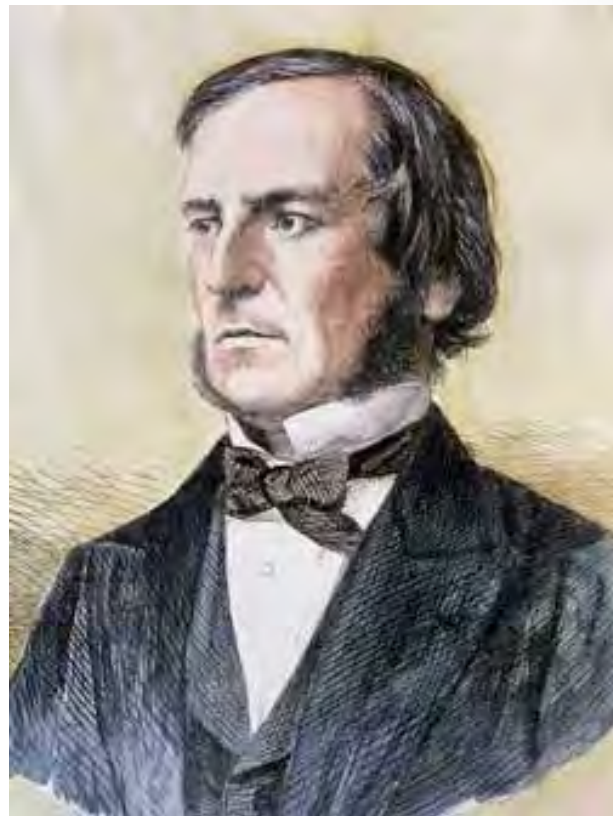
George Boole

1815-1864

англ. математик и логик.

Автор алгебры логики
(булевой алгебры), основы
функционирования
цифровых компьютеров....

Исследование законов
мышления, 1854



Алгебра высказываний

- Propositional algebra (propositio – высказывание)
- Sentential algebra (лат. sententia - суждение)
- Пропозициональная алгебра
- Сентенциальная алгебра

Алгебры высказываний

Логика высказываний... (исчисление, 0 порядок)

Логика предикатов (кванторов *1 порядка*...)

Логика кванторов высших порядков...

Многозначные логики

Нечеткие логики... (Лотфи Заде)

.....

Алгебра категорий.....

Вопрос от пятикурсника

- Как теория моделей связана с языком?

Теория моделей посвящена изучению фундаментальной взаимосвязи между

- **синтаксисом** (формальным языком) и
- **семантикой** (моделью — математической структурой, допускающей некоторое описание этим языком).

Альфред Тарский

1902 – 1983, автор термина
«теория моделей»

Ктр-рекомендует:

- Истина и доказательство
- Семантическая концепция истины и основания семантики



Семантическая концепция истины

1. Главная проблема — удовлетворительное определение истины.
2. Объём термина «истинно».
3. Значение термина «истинно».
4. Критерий материальной адекватности искомого определения.
5. Истина как семантическое понятие.
6. Языки с точно заданной структурой.

Семантическая концепция истины

7. Антиномия лжеца.

8. Противоречивость семантически замкнутых языков.

9. Объектный язык и метаязык.

10. Условия позитивного решения главной проблемы.

11. Построение (краткий очерк) определения.

.....

Математическая лингвистика

- Разрабатывает формальный аппарат для описания строения языков (естественных, искусственных, программирования).
- Возникла в 50-х г связи с потребностью уточнения основных понятий языкознания.
- Использует идеи и методы алгебры, алгоритмов теории и автоматов теории.

Язык в информатике

Язык — это множества цепочек, составленных из символов некоторого конечного алфавита.

Грамматика в информатике

•
Грамматика - способ задания языка.

Пример:

$L = \{a^n b^n\}$ задает L из цепочек ab , $aabb$, $aaabbb$ и т.д.

Текст в информатике

Текст - цепочка, составленная из символов некоторого конечного алфавита.

Математика и вычисления

Вычислительная математика - наука о вычислениях

Вычисления - нахождения решений аналитических моделей средствами формальных преобразований.

Формальные преобразования предполагают использование формальных языков...

Абстрактная машина

Алан Тьюринг (1936)

ввел понятие
абстрактной
вычислительной
машины – «Машины
Тьюринга»



Теорема об останове

Алан Тьюринг (1936) доказал
фундаментальную теорему:

Для любого "вычислимого" процесса
машина Тьюринга может быть построена;
она когда-нибудь остановится и выдаст
(однозначное!) решение.

Для "невычислимых" процессов
Неизвестно...

Эквивалентность...

1936.

Алонзо Чёрч создал аппарат
рекурсивных функций
формализовавший понятие
алгоритма.

Все универсальные
вычислительные устройства
качественно эквивалентны.



Гениально!

Алан Тьюринг: «**Модель математического текста есть машина, а не текст**».

- Машина! – гениально.
- Через десять лет – уже фон-неймановские машины и принцип отделения программ, software, от железа, hardware....

ВЫВОД №1

Развитие математики и логики
привело в XX в к:

- постановке вопросов о возможностях и ограничениях языков описания реальности...
- проблематике их формализации
- необходимости и возможности языковых вычислений...

ВЫВОД №2

Математика, в отличие от лингвистики, достигла огромных успехов и решила, что обойдется без нее.

МАТЕМАТИКИ - гроссмейстеры и мастера.

Лингвисты - не знают теории игры - шахматной композиции, задач, этюдов.... этапов партии, взаимодействия фигур, только ходы....

Филологи-сказочники - даже фигур не знают....

Черниговская Татьяна Александровна



проф. математик, физик,
филолог, нейролингвист,
психоллингвист, к. ф.-м. наук,
доктор биол. и фил. наук

- Нет во Вселенной ничего
сложнее мозга

Черниговская Татьяна Александровна

Я защитила диссертацию, которая была про взаимодействие слуха и речи.

Это было уже про мозг, к чему я и стремилась.

Там-то я и поняла, что мне нужна лингвистика.

Мне нужно было анализировать, что делает мозг с языком и речью...

Черниговская Татьяна Александровна

... поэтому школьным типом лингвистики – «творительный падеж имеет такую-то флексию» – я воспользоваться не могла.

Мне нужна была серьёзная лингвистика, по которой у нас едва-едва появились первые переводы: Чейф, Филмор, Хомский...

Я уткнулась, как в кошмар, в то, что лингвистика нужна, а взять её негде, не преподают.

Сама себе писала конспекты ...

МУДРОСТЬ:

ЕСЛИ ВСЕ ПРОСЧИТЫВАТЬ – ПРОСЧИТАЕШЬСЯ

Математики, просчитав, что они могут
обойтись без лингвистов – просчитались....

К прочтению:

- **Густаво Эрнесто Пинейро**
Бесчисленное поддается подсчету.
Кантор. Бесконечность в математике
- **Альфред Тарский**
Семантическая концепция истины
и основания семантики

К прочтению:

- **Манин Юрий Иванович**

основоположник некоммутативной алгебраической геометрии и квантовой информатики. Член-корр. РАН, член Королевской академии наук Нидерландов, Гёттингенской академии наук, академии «Леопольдина», Французской академии наук, Американской академии искусств и наук, почётный доктор Сорбонны, Университета Осло и проч.

Математика как метафора

К прочтению:

- Успенский Владимир Андреевич
российский математик, логик и лингвист, д. ф-м.н. ...

Апология математике

Труды по нематематике

Математика - это гуманитарная наука.