

## 7. Восходящие анализаторы

- Восходящие анализаторы. LR (k)-анализаторы
- Построение LR (0)-анализатора
- LR (1)-анализатор. LALR-анализаторы
- Неоднозначные грамматики. Различные типы конфликтов
- Разрешение конфликтов

### Лекция 7. Восходящие анализаторы

В этой лекции рассматриваются следующие вопросы:

- Восходящие анализаторы
- LR(k)-анализаторы
- Построение LR(0)-анализатора
- LR(1)-анализатор. LALR-анализаторы
- Неоднозначные грамматики. Различные типы конфликтов
- Разрешение конфликтов

## Восходящие анализаторы

$S \rightarrow aABe$

$A \rightarrow Abc$

$A \rightarrow b$

$B \rightarrow d$

Свертка цепочки  $abcde$  в аксиому  $S$ :

$abcde, aAbcde, aAde, aABe, S.$

Правый вывод цепочки:

$S \rightarrow aABe \rightarrow aAde \rightarrow aAbcde \rightarrow abcde$

### Восходящие анализаторы

*Восходящий анализатор (bottom-up parsing)* предназначен для построения дерева разбора, начиная с листьев и двигаясь вверх к корню дерева разбора. Мы можем представить себе этот процесс как "свертку" исходной строки  $w$  к аксиоме грамматики. Каждый шаг свертки заключается в сопоставлении некоторой подстроки  $w$  и правой части какого-то правила грамматики и замене этой подстроки на нетерминал, являющийся левой частью правила. Если на каждом шаге подстрока выбирается правильно, то в результате мы получим правый вывод строки  $w$ .

**Пример.** Рассмотрим грамматику

$S \rightarrow aABe$

$A \rightarrow Abc$

$A \rightarrow b$

$B \rightarrow d$

Цепочка  $abcde$  может быть свернута в аксиому следующим образом:

$abcde, aAbcde, aAde, aABe, S.$

Фактически, эта последовательность представляет собой правый вывод этой цепочки, рассматриваемый справа налево:

$S \rightarrow aABe \rightarrow aAde \rightarrow aAbcde \rightarrow abcde.$

# LR(k)-анализатор

LR(k) означает, что

- входная цепочка обрабатывается слева направо
- выполняется правый вывод
- не более k символов цепочки используются для принятия решения

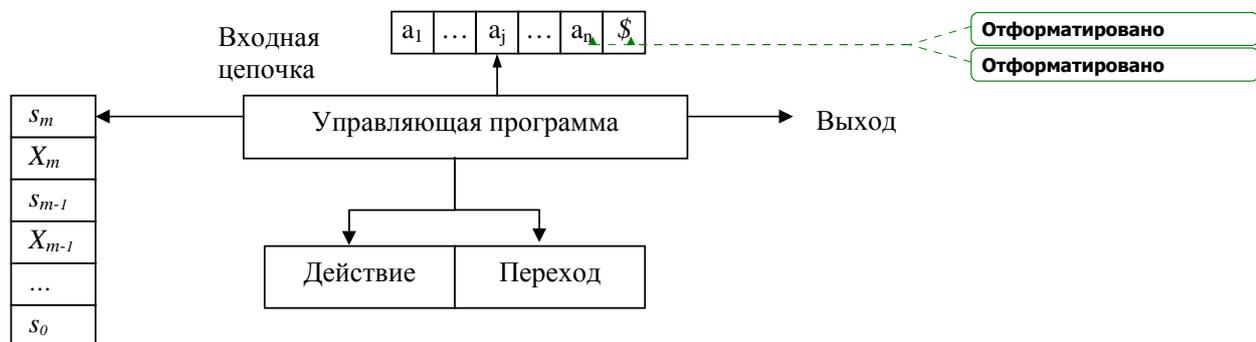
## LR(k)-анализатор

LR(k) означает, что

- входная цепочка обрабатывается слева направо (left-to-right parse);
- выполняется правый вывод (rightmost derivation);
- не более k символов цепочки (k-token lookahead) используются для принятия решения.

При LR(k)-анализе применяется метод "перенос-свертка" (*shift-reduce*). Этот метод использует магазинный автомат. Суть метода сводится к следующему. Символы входной цепочки переносятся в магазин до тех пор, пока на вершине магазина не накопится цепочка, совпадающая с правой частью какого-нибудь из правил (операция "перенос", "shift"). Далее все символы этой цепочки извлекаются из магазина и на их место помещается нетерминал, находящийся в левой части этого правила (операция "свертка", "reduce"). Входная цепочка допускается автоматом, если после переноса в автомат последнего символа входной цепочки и выполнения операции свертка, в магазине окажется только аксиома грамматики.

Анализатор состоит из входной цепочки, выхода, магазина, управляющей программы и таблицы, которая имеет две части (действие и переход). Схема такого анализатора выглядит следующим образом:



## Управляющая программа анализатора

- Управляющая программа одинакова для всех LR-анализаторов
- Рассматривается пара:  $s_m$  – текущее состояние на вершине магазина,  $a_i$  – текущий входной символ; после этого вычисляется action  $[s_m, a_i]$ :
  1. shift  $s$ , где  $s$  – состояние,
  2. свертка по правилу  $A \rightarrow \beta$ ,
  3. допуск (accept)
  4. ошибка.

### Управляющая программа анализатора

Управляющая программа одинакова для всех LR-анализаторов, а таблица изменяется от одного анализатора к другому. Программа анализатора читает последовательно символы входной цепочки. Программа использует магазин для запоминания строки следующего вида  $s_0 X_1 s_1 X_2 \dots X_m s_m$ , где  $s_m$  – вершина магазина. Каждый  $X_i$  – символ грамматики, а  $s_i$  – символ, называемый состоянием. Каждое состояние суммирует информацию, содержащуюся в стеке перед ним. Комбинация символа состояния на вершине магазина и текущего входного символа используется для индексирования управляющей таблицы и определения операции переноса-свертки. При реализации грамматические символы не обязательно располагаются в магазине; однако, мы будем использовать их при обсуждении для лучшего понимания поведения LR-анализатора.

Программа, управляющая LR-анализатором, ведет себя следующим образом. Рассматривается пара:  $s_m$  – текущее состояние на вершине магазина,  $a_i$  – текущий входной символ; после этого вычисляется action  $[s_m, a_i]$ , которое может иметь одно из четырех значений:

1. shift  $s$ , где  $s$  – состояние,
2. свертка по правилу  $A \rightarrow \beta$ ,
3. допуск (accept)
4. ошибка.

Функция **goto** получает состояние и символ грамматики и выдает состояние. Функция **goto**, строящаяся по грамматике  $G$ , есть функция переходов детерминированного магазинного автомата, который распознает язык, порождаемый грамматикой  $G$ .

Управляющая программа выглядит следующим образом:

```
Установить ip на первый символ входной цепочки w$;
while (цепочка не закончилась)
{
    Пусть s - состояние на вершине магазина,
    a - символ входной цепочки, на который указывает ip.
    if (action [s, a] == shift s')
    {
        push (a);
        push (s');
        ip++;
    }
    else if (action [s, a] == reduce A-β)
    {
        for (i=1; i<=|β|; i++)
        {
            pop ();
            pop ();
        }
        Пусть s' - состояние на вершине магазина;
        push (A);
        push (goto [s', A]);
        Вывод правила (A-β);
    }
    else if (action [s, a] == accept)
    {
        return success;
    }
    else
    {
        error ();
    }
}
```

## Управляющая таблица LR(0)-анализатора

- LR(k)-анализатор использует содержимое магазина и очередные k символов входной цепочки для принятия решения о том, какие действия он должен выполнить.
- LR(0)-анализатор использует только содержимое магазина.

### Управляющая таблица LR(0)-анализатора

Обсудим подробно алгоритм построения управляющей таблицы на примере LR(0)-анализаторов.

Заметим, что LR(0)-анализатор принимает решение о своих действиях только на основании содержимого магазина, не учитывая символы входной цепочки. Для иллюстрации построения таблиц LR(0)-анализатора мы будем использовать грамматику  $G_0$ :

- (1)  $S \rightarrow (L)$
- (2)  $S \rightarrow x$
- (3)  $L \rightarrow S$
- (4)  $L \rightarrow L, S$

**Определение.** Пусть  $G = (V_T, V_N, P, S)$  – КС-грамматика. *Полненной грамматикой* (augmented grammar) будем называть грамматику  $G' = (V_T, V_N + \{S'\}, P + \{S' \rightarrow S\}, S')$ , где  $S'$  – нетерминал, не принадлежащий множеству  $N$ .

**Определение.** Пусть  $G = (V_T, V_N, P, S)$  – КС-грамматика. Будем называть  $[A \rightarrow w_1.w_2, u]$  *LR(k)-ситуацией* (LR(k)-item), если  $A \rightarrow w_1.w_2$  является правилом из  $P$  и  $u$  – цепочка терминалов, длина которой не превосходит  $k$ .

Понятно, что LR(0)-ситуации не должны содержать терминальной цепочки, то есть мы можем записывать их следующим образом:  $[A \rightarrow w_1.w_2]$ .

Далее мы рассмотрим поведение анализатора грамматики при разборе входной цепочки.

## Состояния 0 и 1

- Состояние 0 определяется множеством ситуаций:  
 $\{[S' \Rightarrow .S], [S \Rightarrow .x], [S \Rightarrow .(L)]\}$
- Состояние 1 определяется множеством ситуаций:  
 $\{[S \Rightarrow x.] \}$

### Состояния 0 и 1

В начале работы магазин пуст (на самом деле, на вершине магазина находится маркер конца \$), и указатель входной цепочки находится перед ее первым символом. Этому состоянию соответствует ситуация  $[S' \rightarrow .S]$ .

Значит, входная цепочка может начинаться с любого терминального символа, с которого начинается правая часть любого правила с левой частью  $S$ . Мы укажем это следующим образом:

|                        |
|------------------------|
| $[S' \rightarrow .S]$  |
| $[S \rightarrow .x]$   |
| $[S \rightarrow .(L)]$ |

Состояние автомата определяется множеством ситуаций. Назовем это состояние 0.

Теперь мы должны выяснить, что произойдет, если анализатор выполнит перенос или свертку. Предположим, что мы выполним перенос  $x$  (то есть на вершине магазина окажется  $x$ ). Этому случаю соответствует ситуация  $[S \rightarrow x.]$ . Понятно, что правила  $S' \rightarrow S$  и  $S \rightarrow (L)$  не могут быть применены, поэтому мы их игнорируем. Таким образом, новое состояние, в которое автомат перейдет после переноса в магазин символа  $x$ , определяется ситуацией

|                      |
|----------------------|
| $[S \rightarrow x.]$ |
|----------------------|

Это состояние назовем 1.

## Состояния 2 и 3

- Состояние 2 определяется множеством ситуаций:  
 $\{[S \Rightarrow (.L)], [L \Rightarrow .L, S], [L \Rightarrow .S], [S \Rightarrow .(L)], [S \Rightarrow .x]\}$
- В состояние 3 переход происходит из состояния 0 по нетерминалу S.

### Состояния 2 и 3

Теперь предположим, что выполнен перенос открывающей круглой скобки. Этому случаю соответствует ситуация  $[S \rightarrow (.L)]$ . То есть на вершине магазина окажется открывающая круглая скобка, а входная цепочка должна начинаться с некоторой цепочки, которая выводится из  $L$  и перед которой находится открывающая круглая скобка. Таким образом, к нашей ситуации мы должны добавить все ситуации, получающиеся из правил, левая часть которых суть нетерминал  $L$ , т.е.  $[L \rightarrow .L, S]$  и  $[L \rightarrow .S]$ . Помимо этого, поскольку правая часть правила  $L \rightarrow S$  начинается нетерминалом  $S$ , мы должны добавить все ситуации, получающиеся из правил, левая часть которых суть нетерминал  $S$ , т.е.  $[S \rightarrow .L]$  и  $[S \rightarrow .x]$ . Таким образом, новое состояние, в которое автомат перейдет после переноса в магазин открывающей круглой скобки, определяется ситуациями:

|                         |
|-------------------------|
| $[S \rightarrow (.L)]$  |
| $[L \rightarrow .L, S]$ |
| $[L \rightarrow .S]$    |
| $[S \rightarrow .(L)]$  |
| $[S \rightarrow .x]$    |

Это состояние 2. Мы можем изобразить часть первой строки таблицы переходов автомата:

|       |                |                |   |   |   |    |
|-------|----------------|----------------|---|---|---|----|
| _____ |                | (              | ) | x | , | \$ |
| ⋮     |                |                |   |   |   |    |
| 0     | s <sub>3</sub> | s <sub>2</sub> |   |   |   |    |

Понятно, что в состоянии 0 свертка выполняться не может.

Обсудим, что произойдет, если в состоянии 0 мы оказались после анализа некоторой цепочки, которая выводится из аксиомы грамматики. Это может случиться, если после переноса  $x$  или открывающей круглой скобки произошла свертка по правилу, левая часть которого –  $S$ . Все символы правой части такого правила будут извлечены из магазина, и анализатор будет выполнять переход для символа  $S$  в состоянии 0. Этому случаю соответствует ситуация  $[S' \rightarrow S.\$]$ , определяющая состояние 3.

## Базовые операции

- Для построения множества состояний автомата необходимы две базовые операции `closure (I)` и `goto (I, X)`.

### Базовые операции

В ситуации  $[S \rightarrow x]$ , определяющей состояние  $I$ , точка стоит в конце правой части правила. Это означает, что вершина магазина, на которой сформирована правая часть правила  $S \rightarrow x$ , готова к свертке. В таком состоянии анализатор выполняет свертку.

Для построения множества состояний определим базовые операции *closure* ( $I$ ) и *goto* ( $I, X$ ), где  $I$  – множество ситуаций,  $X$  – символ грамматики (терминал или нетерминал). Операция *closure* добавляет ситуации к множеству ситуаций, у которых точка стоит слева от нетерминала. Добавляются те ситуации, которые получаются из правил, в левой части которого находится этот нетерминал.

```
closure (I)
{
  do {
    for (каждой ситуации [A->w.Xv] из I) {
      for (каждого правила грамматики X->u) {
        I+= [X->.u];      /* Операция += добавляет элемент к множеству */
      }
    }
  } while (I изменилось);
  return I;
}
```

Операция *goto* "переносит" точку после символа  $X$ . Это означает переход из одного состояния в другое под воздействием символа  $X$ .

```
goto (I, X)
{
  J={};      /* {} обозначает пустое множество */
  for (каждой ситуации [A->w.Xv] из I) {
    J+= [A->wX.v];
  }
  return closure (J);
}
```

## Алгоритм построения конечного автомата

- Пополняем грамматику
- Строим множество состояний  $T$  и множество переходов  $E$

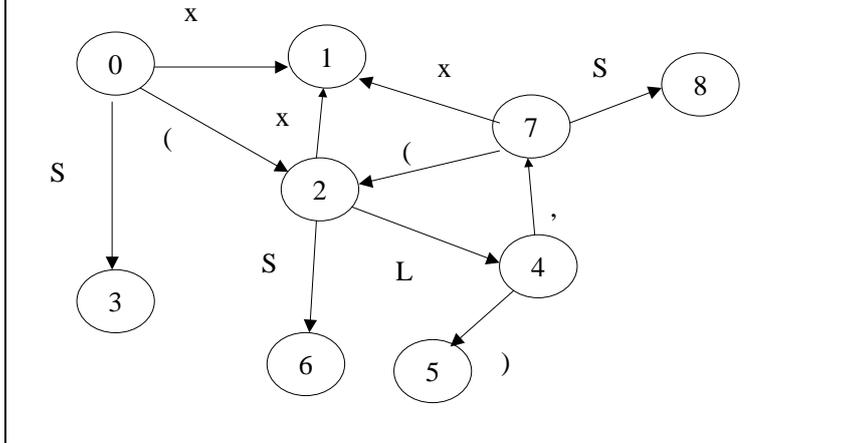
### Алгоритм построения конечного автомата

Теперь обсудим алгоритм построения анализатора. Во-первых, пополним грамматику. Обозначим  $T$  множество состояний,  $E$  – множество переходов.

```
T = {closure ([S'-.S])};
E = {};
do
{
  for (каждого состояния I из T)
  {
    for (каждой ситуации [A->w.Xv] из I)
    {
      J = goto (I, X);
      T+={J}; /* ко множеству состояний добавляется новое состояние */
      E+=(I->J); /* ко множеству ребер добавляется ребро, идущее из
                  состояния I в состояние J. Этот переход
                  осуществляется по символу X */
    }
  }
} while (E или T изменились);
```

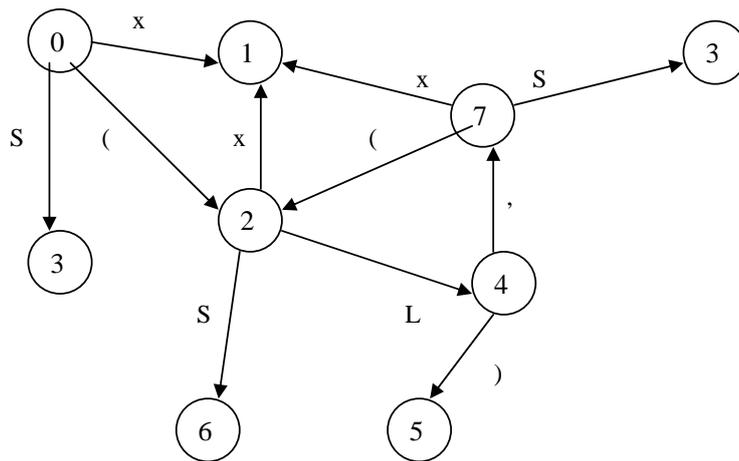
Поскольку для символа  $\$$  операция  $\text{goto}(I, \$)$  не определена, мы выполняем действие ассерт.

## Автомат для грамматики



Автомат для грамматики

Для определенной нами грамматики автомат получится следующим:



где состояния определяются следующим образом:

- 0: {[S'.S], [S→.x], [S→.(L)]}
- 1: {[S→x.]}
- 2: {[S→.(L)], [L→.L,S], [L→.S], [S→.(L)], [S→.x]}
- 3: {[S'→S.]}
- 4: {[S→(L.)], [L→L., S]}
- 5: {[S→(L).]}
- 6: {[L→S.]}
- 7: {[L→L.,S], [S→.(L)], [S→.x]}
- 8: {[L→L,S.]}

## Управляющая таблица

|   | (  | )  | x  | ,  | \$  | S | L |
|---|----|----|----|----|-----|---|---|
| 0 | s2 |    | s1 |    |     | 3 |   |
| 1 | r2 | r2 | r2 | r2 | r2  |   |   |
| 2 | s2 |    | s1 |    |     | 6 | 4 |
| 3 |    |    |    |    | acc |   |   |
| 4 |    | s5 |    | s7 |     |   |   |
| 5 | r1 | r1 | r1 | r1 | r1  |   |   |
| 6 | r3 | r3 | r3 | r3 | r3  |   |   |
| 7 | s2 |    | s1 |    |     | 8 |   |
| 8 | r4 | r4 | r4 | r4 | r4  |   |   |

**Управляющая таблица**

Теперь мы можем вычислить множество сверток R:

```
R = empty set;
for (each state I in T)
{
  for (each item [A->w.] in I)
  {
    R+={(I, A->w)};
  }
}
```

Таким образом, алгоритм построения управляющей таблицы автомата состоит из следующих шагов:

- Пополнение грамматики
- Построение множества состояний
- Построение множества переходов
- Построение множества сверток

Для того, чтобы построить таблицу анализатора для грамматики, поступим следующим образом:

1. для каждого ребра  $I \xrightarrow{X} J$  мы поместим в позицию  $[I, X]$  таблицы
  - shift  $J$ , если  $X$  – терминал,
  - goto  $J$ , если  $X$  – нетерминал.
2. для каждого состояния  $I$ , содержащего ситуацию  $[S' \rightarrow S.]$  мы поместим ассерт в позицию  $[I, \$]$
3. для состояния, содержащего ситуацию  $[A \rightarrow w.]$  (правило номер  $n$  с точкой в конце правила), поместим reduce  $n$  в позицию  $[I, Y]$  для каждого терминала  $Y$ .
4. пустая ячейка означает ошибочную ситуацию

Приведем управляющую таблицу для грамматики  $G_0$ :

|   | (  | )  | x  | ,  | \$  | S | L |
|---|----|----|----|----|-----|---|---|
| 0 | s2 |    | s2 |    |     | 3 |   |
| 1 | r2 | r2 | r2 | r2 | r2  |   |   |
| 2 | s2 |    | s1 |    |     | 6 | 4 |
| 3 |    |    |    |    | acc |   |   |
| 4 |    | s5 |    | s7 |     |   |   |
| 5 | r1 | r1 | r1 | r1 | r1  |   |   |
| 6 | r3 | r3 | r3 | r3 | r3  |   |   |
| 7 | s3 |    | s2 |    |     | 8 |   |
| 8 | r4 | r4 | r4 | r4 | r4  |   |   |

## LR(1)-анализатор

- LR(1)-анализатор мощнее, чем LR(0)-анализатор
- Для построения управляющей таблицы такого анализатора мы должны модифицировать базовые процедуры `closure` и `goto`

### LR(1)-анализатор

LR(1)-анализатор использует для принятия решения один символ входной цепочки. Алгоритм построения управляющей таблицы LR(1)-анализатора подобен уже рассмотренному алгоритму для LR(0)-анализатора, но понятие ситуации в LR(1)-анализаторе более сложное: LR(1)-ситуация состоит из правила грамматики, позиции правой части (представляемой точкой) и одного символа входной строки (*lookahead symbol*). LR(1)-ситуация выглядит следующим образом:  $[A \rightarrow w_1 \cdot w_2, a]$ , где  $a$  – терминальный символ. Ситуация  $[A \rightarrow w_1 \cdot w_2, a]$  означает, что цепочка  $w_1$  находится на вершине магазина, и префикс входной цепочки выводим из цепочки  $w_2$ . Как и прежде, состояние автомата определяется множеством ситуаций. Для построения управляющей таблицы необходимо переопределить базовые операции `closure` и `goto`.

```
closure (I) {
  do {
    Iold=I;
    for (каждой ситуации  $[A \rightarrow w_1 \cdot Xw_2, z]$  из I)
      for (любого правила  $X \rightarrow u$ )
        for (любой цепочки  $w$ , принадлежащей  $FIRST(w_2 z)$ )
          I+= $[X \rightarrow \cdot u, w]$ ;
  } while (I != Iold);
  return I;
}

goto (I, X) {
  J = {};
  for (каждой ситуации  $[A \rightarrow w_1 \cdot Xw_2, z]$  из I)
    J+= $[A \rightarrow w_1 X \cdot w_2, z]$ ;
  return closure (J);
}
```

Естественно, операция `reduce` также зависит от символа входной цепочки:

```
R=[]
foreach (I из T)
  foreach ( $[A \rightarrow w \cdot, z]$  из I)
    R+= $\{(I, z, A \rightarrow w)\}$ 
```

Тройка  $(I, z, A \rightarrow w)$  означает, что в состоянии  $I$  для символа  $z$  входной цепочки анализатор будет осуществлять свертку по правилу  $A \rightarrow w$ .

# Управляющая таблица LR(1)-анализатора

Построим управляющую таблицу  
анализатора для следующей грамматики:

$E \rightarrow E+T$   
 $E \rightarrow T$   
 $T \rightarrow T*F$   
 $T \rightarrow F$   
 $F \rightarrow (E)$   
 $F \rightarrow id$

## Управляющая таблица LR(1)-анализатора

*Пример.* Рассмотрим грамматику:

- (1)  $E \rightarrow T$
- (2)  $E \rightarrow T$
- (3)  $T \rightarrow T*F$
- (4)  $T \rightarrow F$
- (5)  $F \rightarrow (E)$
- (6)  $F \rightarrow id$

Управляющая таблица для такой грамматики выглядит следующим образом:

| Состо-<br>яние | action    |           |           |           |            |           | goto   |   |   |    |
|----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|-----------|--------|---|---|----|
|                | <i>id</i> | +         | *         | (         | )          | \$        | E      | T | F |    |
| 0              | <i>s5</i> |           |           | <i>s4</i> |            |           |        | 1 | 2 | 3  |
| 1              |           | <i>s6</i> |           |           |            |           | accept |   |   |    |
| 2              |           | <i>r2</i> | <i>s7</i> |           | <i>r2</i>  | <i>r2</i> |        |   |   |    |
| 3              |           | <i>r4</i> | <i>r4</i> |           | <i>r4</i>  | <i>r4</i> |        |   |   |    |
| 4              | <i>S5</i> |           |           | <i>s4</i> |            |           |        | 8 | 2 | 3  |
| 5              |           | <i>r6</i> | <i>r6</i> |           | <i>r6</i>  | <i>r6</i> |        |   |   |    |
| 6              | <i>s5</i> |           |           | <i>s4</i> |            |           |        |   | 9 | 3  |
| 7              | <i>s5</i> |           |           | <i>s4</i> |            |           |        |   |   | 10 |
| 8              |           | <i>s6</i> |           |           | <i>s11</i> |           |        |   |   |    |
| 9              |           | <i>r1</i> | <i>s7</i> |           | <i>r1</i>  | <i>r1</i> |        |   |   |    |
| 10             |           | <i>r3</i> | <i>r3</i> |           | <i>r3</i>  | <i>r3</i> |        |   |   |    |
| 11             |           | <i>r5</i> | <i>r5</i> |           | <i>r5</i>  | <i>r5</i> |        |   |   |    |

Как обычно,  
*si* – перенос и переход в состояние *i*  
*ri* – свертка по правилу *i*  
*i* – переход в состояние *i*

# LALR(1)-анализатор

- Таблицы LR(1)-анализатора могут быть очень большими
- Таблицы LALR(1)-анализатора получаются из таблиц LR(1)-анализатора слиянием "эквивалентных" состояний в одно

## LALR(1)-анализатор

Таблицы LR(1)-анализатора могут оказаться очень большими, ведь даже маленькая грамматика нашего примера привела к автомату с двенадцатью состояниями. Таблицы меньшего размера можно получить путем слияния любых двух состояний, которые совпадают с точностью до символов входной строки (lookahead symbols).

**Пример.** Рассмотрим грамматику  $G_1$  с правилами:

$S \rightarrow AA$

$A \rightarrow aA$

$A \rightarrow b$

Пополним эту грамматику правилом  $S' \rightarrow S$ .

Для этой грамматики мы получим следующие состояния:

0:  $\{[S' \rightarrow .S, \$], [S \rightarrow .AA, \$], [A \rightarrow .aA, a], [A \rightarrow .aA, b], [A \rightarrow .b, a], [A \rightarrow .b, b]\}$

1:  $\{[S' \rightarrow S., \$]\}$

2:  $\{[S' \rightarrow A.A, \$], [A \rightarrow .aA, \$], [A \rightarrow .b, \$]\}$

3:  $\{[A \rightarrow a.A, a], [A \rightarrow a.A, b], [A \rightarrow .aA, a], [A \rightarrow .aA, b], [A \rightarrow .b, a], [A \rightarrow .b, b]\}$

4:  $\{[A \rightarrow b., a], [A \rightarrow b., b]\}$

5:  $\{[S \rightarrow AA. \$]\}$

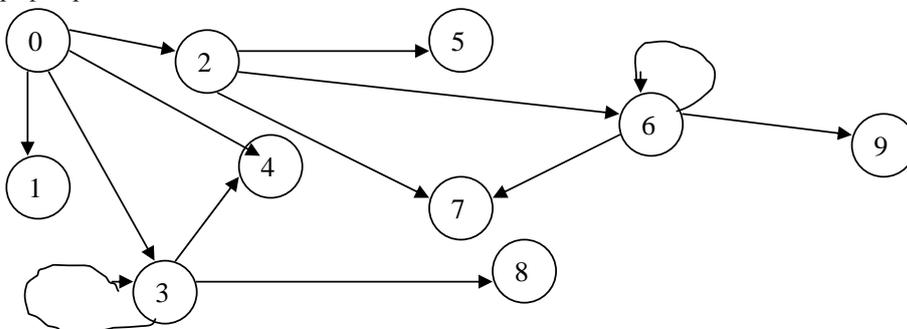
6:  $\{[A \rightarrow a.A, \$], [A \rightarrow .aA, \$], [A \rightarrow .b, \$]\}$

7:  $\{[A \rightarrow b., \$]\}$

8:  $\{[A \rightarrow aA., a], [A \rightarrow aA., b]\}$

9:  $\{[A \rightarrow aA., \$]\}$

Граф переходов выглядит так:



## Таблица LALR-анализатора для грамматики $G_1$

|    | a   | b   | \$  | S | A  |
|----|-----|-----|-----|---|----|
| 0  | s36 | s47 |     | 1 | 2  |
| 1  |     |     | acc |   |    |
| 2  | s36 | s47 |     |   | 5  |
| 36 | s36 | s47 |     |   | 89 |
| 47 | r3  | r3  | r3  |   |    |
| 5  |     |     | r1  |   |    |
| 89 | r2  | r2  | r2  |   |    |

**Таблица LALR-анализатора для грамматики  $G_1$**

Теперь можно построить таблицу LR-анализатора:

| State | action |    |    | goto |   |
|-------|--------|----|----|------|---|
|       | a      | b  | \$ | S    | A |
| 0     | s3     | s4 |    | 1    | 2 |
| 1     | accept |    |    |      |   |
| 2     | s6     | s7 |    |      | 5 |
| 3     | s3     | s4 |    |      | 8 |
| 4     | r3     | r3 |    |      |   |
| 5     | r1     |    |    |      |   |
| 6     | s6     | s7 |    |      | 9 |
| 8     | r2     | r2 |    |      |   |
| 9     | r2     |    |    |      |   |

Нетрудно заметить, что пары состояний 3 и 6, 4 и 7, 8 и 9 различаются только вторыми компонентами, определяющих их ситуаций. Поэтому мы можем «склеить» эти пары. В результате получится таблица LALR-анализатора:

| State | action |     |    | goto |    |
|-------|--------|-----|----|------|----|
|       | a      | b   | \$ | S    | A  |
| 0     | s36    | s47 |    | 1    | 2  |
| 1     | accept |     |    |      |    |
| 2     | s36    | s47 |    |      | 5  |
| 36    | s36    | s47 |    |      | 89 |
| 47    | r3     | r3  | r3 |      |    |
| 5     | r1     |     |    |      |    |
| 89    | r2     | r2  | r2 |      |    |

## Пример LR(1)-грамматики

- $S \rightarrow aAd$
- $S \rightarrow bBd$
- $S \rightarrow aBe$
- $S \rightarrow bAe$
- $A \rightarrow c$
- $B \rightarrow c$

### Пример LR(1)-грамматики

Таким образом, LALR анализатор имеет значительное преимущество в размере таблиц по сравнению с LR. Однако, существуют грамматики, которые можно обработать LR анализатором, но нельзя LALR анализатором. LALR анализатор будет считать их неоднозначными, а LR анализатор не будет.

**Пример.** Грамматика

$S \rightarrow aAd$

$S \rightarrow bBd$

$S \rightarrow aBe$

$S \rightarrow bAe$

$A \rightarrow c$

$B \rightarrow c$

не является LALR грамматикой, поскольку для входной цепочки  $ac$  мы можем выполнить свертку либо по правилу  $A \rightarrow c$  (если текущий входной символ  $d$ ) либо по правилу  $B \rightarrow c$  (если текущий входной символ  $e$ ).

Однако на практике большинство таких неоднозначностей можно устранить. Перейдем к рассмотрению различных возможных неоднозначностей и методов их устранения.

## Неоднозначные грамматики. Конфликты «перенос-свертка»

- $S \rightarrow \text{if } E \text{ then } S \mid \text{if } E \text{ then } S \text{ else } S \mid \text{other}$

Подобные конфликты могут быть решены путем трансформации грамматики с следующего виду:

- $S \rightarrow M \mid U$
- $M \rightarrow \text{if } E \text{ then } M \text{ else } M \mid \text{other}$
- $U \rightarrow \text{if } E \text{ then } S \mid \text{if } E \text{ then } M \text{ else } U$

### Неоднозначные грамматики. Конфликты «перенос-свертка»

Вопрос неоднозначности становится особенно важным в процессе построения управляющей таблицы анализатора LR(k)-языка, так как неоднозначность грамматики приводит к конфликтам при построении таблицы.

Рассмотрим сначала конфликты типа перенос-свертка (*shift/reduce*). Конфликты данного типа возникают, когда в процессе работы анализатора возникает выбор между переносом текущего символа на вершину стека и сверткой последовательности, расположенной на вершине стека.

**Пример.** Пусть дана грамматика  $G_1$ , имеющая следующий набор правил:

- (1)  $stmt \rightarrow \text{if } expr \text{ then } stmt$
- (2)  $stmt \rightarrow \text{if } expr \text{ then } stmt \text{ else } stmt$
- (3)  $stmt \rightarrow other$

, где *other* мы используем для обозначения других операторов.

На следующем слайде рассмотрим, что происходит при анализе следующей входной цепочки:

$\text{if } E_1 \text{ then if } E_2 \text{ then } S_1 \text{ else } S_2.$

## Пример конфликта «перенос-свертка»

- Рассмотрим следующую входную последовательность:  
*if E<sub>1</sub> then if E<sub>2</sub> then S<sub>1</sub> else S<sub>2</sub>*
- Во время анализа возникнет неоднозначность; обычно ее разрешают путем введения дополнительных соглашений о принадлежности ветки *else*
- Грамматику можно преобразовать к эквивалентной форме без конфликта "перенос/свертка"

### Пример конфликта перенос-свертка

Итак, имеется следующая входная цепочка: *if E<sub>1</sub> then if E<sub>2</sub> then S<sub>1</sub> else S<sub>2</sub>*. Рассмотрим работу анализатора пошагово:

| Содержимое стека  | Необработанная часть<br>входной цепочки   | Действие     |
|---|---|--------------|
| \$  | <i>if E<sub>1</sub> then if E<sub>2</sub> then S<sub>1</sub> else S<sub>2</sub></i> | <i>shift</i> |
| \$ <i>if</i>  | <i>E<sub>1</sub> then if E<sub>2</sub> then S<sub>1</sub> else S<sub>2</sub></i>    | <i>shift</i> |
| \$ <i>if E<sub>1</sub></i>  | <i>then if E<sub>2</sub> then S<sub>1</sub> else S<sub>2</sub></i>                  | <i>shift</i> |
| \$ <i>if E<sub>1</sub> then</i>                                     | <i>if E<sub>2</sub> then S<sub>1</sub> else S<sub>2</sub></i>                       | <i>shift</i> |
| \$ <i>if E<sub>1</sub> then if</i>                                  | <i>E<sub>2</sub> then S<sub>1</sub> else S<sub>2</sub></i>                          | <i>shift</i> |
| \$ <i>if E<sub>1</sub> then if E<sub>2</sub></i>                    | <i>then S<sub>1</sub> else S<sub>2</sub></i>  | <i>shift</i> |
| \$ <i>if E<sub>1</sub> then if E<sub>2</sub> then</i>               | <i>S<sub>1</sub> else S<sub>2</sub></i>   | <i>shift</i> |
| \$ <i>if E<sub>1</sub> then if E<sub>2</sub> then S<sub>1</sub></i> | <i>else S<sub>2</sub></i>   | <i>shift</i> |

После последнего шага возникают две альтернативы: либо (а) применить свертку по правилу 1 к последовательности *if E<sub>2</sub> then S<sub>1</sub>* на вершине стека, либо (б) перенести символ *else* на вершину стека. Обе альтернативы легко угадываются из вида правил 1 и 2. Грамматики с правилами такого типа называются грамматиками с «висящим» (*dangling*) *else*.

Для подавляющего большинства языков программирования, имеющих условные операторы описанного вида, действие (б) предпочтительно. Общепринятым правилом для данной ситуации является соотнесение каждого *else* с «ближайшим» *then*. Это правило может быть формализовано с использованием однозначной грамматики. Идея в том, чтобы установить соответствие между *then* и *else*, что эквивалентно требованию, чтобы между *then* и *else* могли появиться только оператор, не являющийся условным оператором, или условный оператор с обязательным *else* (*if expr then stmt else stmt*).

## Разрешение конфликта перенос-свертка

- Конфликт перенос-свертка может быть решен следующими методами:
  - Вводя новые нетерминалы *matched\_statement* и *unmatched\_statement*
  - Явным образом разрешая конфликт при его возникновении (предпочитая перенос в случае возникновения конфликта перенос-свертка)

### Разрешение конфликта перенос-свертка

Следуя формализации правила явного предпочтения, может быть построена следующая грамматика:

- (1)  $stmt \rightarrow matched\_stmt$
- (2)  $stmt \rightarrow unmatched\_stmt$
- (3)  $matched\_stmt \rightarrow \mathbf{if\ expr\ then\ matched\_stmt\ else\ matched\_stmt}$
- (4)  $matched\_stmt \rightarrow Other$
- (5)  $unmatched\_stmt \rightarrow \mathbf{if\ expr\ then\ stmt}$
- (6)  $unmatched\_stmt \rightarrow \mathbf{if\ expr\ then\ matched\_stmt\ else\ unmatched\_stmt}$

Новая грамматика порождает тот же язык, что и старая, но вывод цепочки  $\mathbf{if\ E_1\ then\ if\ E_2\ then\ S_1\ else\ S_2}$  теперь не содержит конфликтов.

Альтернативой построению новой грамматики может служить «соглашение», что в случае конфликта перенос-свертка, перенос является предпочтительным действием.

После принятия одной из этих альтернатив вывод может быть продолжен следующим образом:

| Stack contents   | Unprocessed input string | Action            |
|--|--------------------------|-------------------|
| $\$ \mathbf{if\ E_1\ then\ if\ E_2\ then\ S_1\ else}$      | $S_2$                    | <i>shift</i>      |
| $\$ \mathbf{if\ E_1\ then\ if\ E_2\ then\ S_1\ else\ S_2}$ |                          | <i>reduce [2]</i> |
| $\$ \mathbf{if\ E_1\ then\ S}$                             |                          | <i>reduce [1]</i> |
| $\$$   |                          |                   |

## Неоднозначные грамматики. Конфликт перенос-перенос

- $S \rightarrow id(L) \mid E = E$
- $L \rightarrow L, P \mid P$
- $P \rightarrow id$
- $E \rightarrow id(I) \mid id$
- $I \rightarrow I, E \mid E$

### Неоднозначные грамматики. Конфликт перенос-перенос

Второй тип конфликта, который может возникнуть, это так называемый конфликт перенос-перенос (reduce/reduce), который возникает, когда на вершине стека анализатора возникает строка терминалов, к которой может быть применена свертка по двум различным правилам.

**Пример.** Рассмотрим грамматику  $G_2$  (*id*, '(', ')', '=' и ',' – терминалы).

- (1)  $stmt \rightarrow id(parameters\_list)$
- (2)  $stmt \rightarrow expr = expr$
- (3)  $parameter\_list \rightarrow parameter\_list, parameter$
- (4)  $parameter\_list \rightarrow Parameter$
- (5)  $parameter \rightarrow Id$
- (6)  $expr \rightarrow id(expr\_list)$
- (7)  $expr \rightarrow Id$
- (8)  $expr\_list \rightarrow expr\_list, expr$
- (9)  $expr\_list \rightarrow Expr$

В процессе разбора входной цепочки *id (id, id)* происходит следующее:

| Содержимое стека | Необработанная часть | Действие     |
|------------------|----------------------|--------------|
| \$               | <i>id (id, id)</i>   | <i>shift</i> |
| \$ <i>id</i>     | <i>(id, id)</i>      | <i>shift</i> |
| \$ <i>id (</i>   | <i>id, id)</i>       | <i>shift</i> |
| \$ <i>id (id</i> | <i>, id)</i>         | <i>shift</i> |

Очевидно, что после выполнения последнего шага необходимо произвести свертку находящегося на вершине стека терминала *id*. Но какое правило использовать? Если использовать правило (5), то будет получен вызов процедуры, если использовать правило (7), то получится вырезка из массива. Чтобы избежать неоднозначности, в первом правиле можно заменить терминал *id* на другой терминал, например, *procid*. Но в этом случае, чтобы вернуть правильный лексический класс, лексический анализатор должен выполнить сложную работу по определению, является ли данный идентификатор обозначением процедуры или массива.

## Неоднозначные грамматики. Приоритет операций

- Иногда конфликт перенос-свертка не может быть решён предпочтением переноса, например, рассмотрим грамматику:  

$$E \rightarrow id \mid num \mid E * E \mid E + E$$
- В этой грамматике нет приоритетов операций, поэтому сложение и умножение выполняются в порядке появления во входной последовательности. Следующее преобразование решает эту проблему:  

$$E \rightarrow E + T \mid T$$

$$T \rightarrow T * F \mid F$$

$$F \rightarrow id \mid num \mid (E)$$

### Неоднозначные грамматики. Приоритет операций

**Пример.** Рассмотрим грамматику  $G_3$

- (1)  $E \rightarrow id$
- (2)  $E \rightarrow num$
- (3)  $E \rightarrow E * E$
- (4)  $E \rightarrow E + E$

Рассмотрим процесс анализа входной цепочки  $2 * 3 + 4$ .

| Содержимое стека | Необработанная часть<br>входной цепочки | Действие     |
|------------------|---|--------------|
| \$               | $2 * 3 + 4$                             | <i>shift</i> |
| $\$2$            | $* 3 + 4$                               | reduce [2]   |
| $\$E$            | $* 3 + 4$                               | <i>shift</i> |
| $\$E*$           | $3 + 4$                                 | <i>shift</i> |
| $\$E*3$          | $+ 4$                                   | reduce [2]   |
| $\$E * E$        | $+ 4$                                   | <i>shift</i> |

После выполнения последнего описанного шага возникают две альтернативы: либо (а) произвести свертку последовательности, находящейся на вершине стека, используя правило 3, либо (б) произвести перенос символа + на вершину стека. Так как приоритет умножения больше приоритета сложения, следует сделать свертку. Однако, это противоречит общему правилу, согласно которому, в случае конфликта перенос-свертка, перенос является предпочтительной операцией (которое было таким удобным способом разрешить конфликт в первом случае).

В данной ситуации существует эквивалентная грамматика  $G_4$ , в которой цепочка  $2 * 3 + 4$  имеет единственный вывод:

- (1)  $E \rightarrow E + T$
- (2)  $E \rightarrow T$
- (3)  $T \rightarrow T * F$
- (4)  $T \rightarrow F$
- (5)  $F \rightarrow id$
- (6)  $F \rightarrow num$

## Неоднозначные грамматики. Ассоциативность

- Рассмотрим предыдущую грамматику и входную цепочку  $1+2+3$
- Неясно, как посредством грамматики определить, является ли сложение левоассоциативным или нет; для задания ассоциативности аппарата грамматик не достаточно
- Большинство генераторов синтаксических анализаторов позволяют явно задать ассоциативность операторов (`%left`, `%nonassoc...`)

### Неоднозначные грамматики. Ассоциативность

Рассмотрим конфигурации, возникающие при анализе строки  $1+2+3$ .

| Содержимое стека | Необработанная часть<br>входной цепочки | Действие     |
|------------------|---|--------------|
| \$               | $1+2+3$                                 | <i>Shift</i> |
| $\$1$            | $+2+3$                                  | Reduce [2]   |
| $\$E$            | $+2+3$                                  | <i>Shift</i> |
| $\$E+$           | $2+3$                                   | <i>Shift</i> |
| $\$E+2$          | $+3$                                    |              |

После последнего шага возникает конфликт перенос-свертка. Выбор переноса делает сложение правоассоциативным, выпор свертки - левоассоциативным. Так как левоассоциативное сложение более естественно, свертка предпочтительна. В данном случае не существует эквивалентной однозначной грамматики. Формализма грамматик не хватает для описания данной ситуации и необходимы дополнительные средства.

Таким образом, существуют ряд стандартных ситуаций, в которых возникают неоднозначные грамматики. Большая часть подобных ситуаций может быть решена преобразованием грамматик («висящие» *else*, приоритет операций и т.д.), но не всегда это необходимо («висящие» *else*) и не всегда является лучшим решением. Существуют ситуации, когда подходящее преобразование грамматики не существует, в таких случаях необходимо привлекать дополнительные механизмы, как это сделано, например, для определения ассоциативности операций.

## Литература к лекции

- А. Ахо, Р. Сети, Дж. Ульман  
"Компиляторы: принципы, технологии и инструменты", М.: "Вильямс", 2001, 768 стр.
- D. Grune, C. H. J. Jacobs "Parsing Techniques – A Practical Guide", Ellis Horwood, 1990. 320 pp.

### Литература к лекции

- А. Ахо, Р. Сети, Дж. Ульман "Компиляторы: принципы, технологии и инструменты", М.: "Вильямс", 2001, 768 стр.
- D. Grune, C. H. J. Jacobs "Parsing Techniques – A Practical Guide", Ellis Horwood, 1990, 320 pp.